Mathématiques

Préparation à la 1ère ES - L - STMG

Le programme de 1ère **s'appuie** sur les notions étudiées en 2nde.
L'**acquisition de ces bases** est donc **essentielle** à la réussite en 1ère.

Pour faciliter le **travail personnel de révisions** en fin de vacances, ce fichier contient des résultats de cours à compléter et à connaître et des exercices d'application.

Une semaine avant la rentrée, une correction succincte des exercices sera mise en ligne sur l'ENT.

Notations

$\in$: « appartient à » , symbole utilisé entre un élément et un ensemble

$\cap$: ....

$\cup$: ....

Ensembles de nombres

$\emptyset$ est l'ensemble vide

$\mathbb{N}$ est l'ensemble des nombres ....

$\mathbb{R}$ est l'ensemble des nombres ....

$\mathbb{R}^*$ est l'ensemble des nombres ....

Fractions (écrire sous la forme d'une seule fraction)

Pour tous réels a, b, c et d non-nuls

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\cdots$ | $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\cdots$ | $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\cdots$

Calculer sans calculatrice (puis vérifier à la calculatrice)

$A=\frac{2}{3}+5=\cdots$ | $B=\frac{2}{3}\times 5=\cdots$ | $C=\frac{2}{3}\div 5=\cdots$

$D=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\cdots$ | $E=3\left(\frac{2}{5}-\frac{6}{7}\right)=\cdots$ | $F=\dfrac{1+\frac{1}{6}}{1+\frac{1}{5}}=\cdots$

Puissances

Pour tous réels a et b non-nuls. Pour tous entiers naturels n et p.

$a^0=\ldots$

$a^1=\ldots$

$a^{-n}=\cdots$

$a^n\times a^p=\ldots$

$\frac{a^n}{a^p}=\cdots$

$(a^n)^p=\ldots$

$(a\times b)^n=\ldots$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\cdots$

Formes d'une expression algébrique

Les identités remarquables

$(a+b)^2=\ldots$

$(a-b)^2=\ldots$

$(a-b)(a+b)=\ldots$

ne pas confondre

$a\times(b+c)=\ldots$

$a\times(b-c)=\ldots$

$a\times(b\times c)=\ldots$

ne pas confondre

$x\times x\times x=\ldots$

$x+x+x=\ldots$

Compléter

$x^2+6x+\ \ldots=(x+\ \ldots)^2$

$x^2-2x+\ \ldots=(x-\ \ldots)^2$

$x^2+\ \ldots\ +\ \ldots=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2$

$x^2-7x+\ \ldots=(x-\ \ldots)^2$

Racines carrées

Pour tous a et b positifs

$\sqrt{a\times b}=\ldots$ | si $b\neq 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}}=\ \ldots$ | $\left(\sqrt{a}\right)^2=\ \ldots$

Equations

$\Leftrightarrow$ signifie « est équivalent à »

$A(x) \times B(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A(x) = 0 \;\ldots\; B(x) = 0$

$\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A(x) \;\ldots\; 0 \;\ldots\; B(x) \;\ldots\; 0$

Pour tout réel a

Si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$

Si $a = 0$ alors l'équation $x^2 = a$ admet une solution dans $\mathbb{R}$ qui est $x = \ldots$

Si $a > 0$ alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$ qui sont $x = \ldots$ et $x = \ldots$

Soit a, b, c et d quatre réels avec b et d non-nuls. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} \quad \Leftrightarrow$ ……………………………………

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

$x^2 = 8$	$x^2 = -25$	$(x-1)^2 = 0$	$\dfrac{2x-1}{3} = \dfrac{4-x}{2}$

Exercice 2

1. Factoriser les expressions suivantes

$7x^2 + x$

$x(3x-1) - x(2x+3)$

$4x^2 - 1$

$x^2 - 6x + 9$

$25 - (x-3)^2$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

$7x^2 + x = 0$

$x(3x-1) - x(2x+3) = 0$

$4x^2 - 1 = 0$

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$25 - (x-3)^2 = 0$

Inéquation

QCM

1°) Lorsqu'on **ajoute** un même nombre k aux deux membres d'une inéquation,
alors le sens de l'inéquation
☐ change si ………………
☐ ne change pas

2°) Lorsqu'on **multiplie** par un même nombre $k \neq 0$ les deux membres d'une inéquation,
alors le sens de l'inéquation
☐ change si ………………
☐ ne change pas

3°) Lorsqu'on **soustrait** un même nombre k aux deux membres d'une inéquation,
alors le sens de l'inéquation
☐ change si ………………
☐ ne change pas

4°) Lorsqu'on **divise** par un même nombre $k \neq 0$ les deux membres d'une inéquation,
alors le sens de l'inéquation
☐ change si ………………
☐ ne change pas

Exercice

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

$4x + 6 \leq 0$	$7x > 0$	$5 - x > 0$	$-3x + 5 < 5x - 11$

Arrondir

La valeur arrondie au dixième de 1928,374567 est ……………………………

La valeur arrondie à l'unité de 1928,374567 est ……………………………

La valeur arrondie au millième de 1928,374567 est ……………………………

La valeur arrondie à la centaine de 1928,374567 est ……………………………

La valeur arrondie au centième de $\sqrt{2}$ est ……………

La valeur arrondie à 10^{-3} de $1{,}25^6$ est ………………

Algorithmes

Exercice 1

Un magasin solde ses articles en appliquant une réduction de 5 % si le prix de l'article est inférieur à 100 € et une réduction de 5 € dans le cas contraire.

1. Un article coûte 85 €. Calculer son prix après réduction.
2. Un article coûte 120 €. Calculer son prix après réduction.
3. Ecrire un algorithme qui, lorsqu'on **saisit** le prix ***P*** d'un article, **détermine** puis **affiche** son prix après réduction.

Exercice 2

On exécute l'algorithme ci-dessous.

Initialisation
- T prend la valeur 50
- n prend la valeur 0

Traitement
- Tant que $T > 0{,}5$ faire
  - T prend la valeur $\frac{T}{2}$
  - n prend la valeur $n+1$
- Fin Tant que

Sortie
- Afficher n

Compléter le tableau ci-dessous donnant l'état des variables au cours du traitement de l'algorithme.

T	n
50	0
25	1

Exercice 3

On exécute l'algorithme ci-dessous.

Initialisation
- S prend la valeur 0

Traitement
- Pour k allant de 0 à 6 faire
  - S prend la valeur $S + 2^k$
- Fin Pour

Sortie
- Afficher S

Compléter le tableau ci-dessous donnant l'état des variables au cours du traitement de l'algorithme.

k	S
	0
0	1
1	3
2	7
3	
4	
5	
6	

Signe d'une expression

QCM (une seule bonne réponse)

1°) Le produit de deux facteurs négatifs est
☐ négatif
☐ positif
☐ ça dépend des facteurs

2°) Le produit de deux facteurs positifs est
☐ négatif
☐ positif
☐ ça dépend des facteurs

3°**)** Le produit de deux facteurs de signes contraires est
☐ négatif
☐ positif
☐ ça dépend des facteurs

4°) La somme de deux termes négatifs est
☐ négative
☐ positive
☐ ça dépend des termes

5°) La somme de deux termes positifs est
☐ négative
☐ positive
☐ ça dépend des termes

6°**)** La somme de deux termes de signes contraires est
☐ négative
☐ positive
☐ ça dépend des termes

Pour tous a et b réels avec $a \neq 0$, $\boldsymbol{ax + b = 0} \Leftrightarrow x = \ldots$

x	$-\infty$		...		$+\infty$
Signe de $ax + b$		...	0	...	

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x(x + 1)(3 - x)$

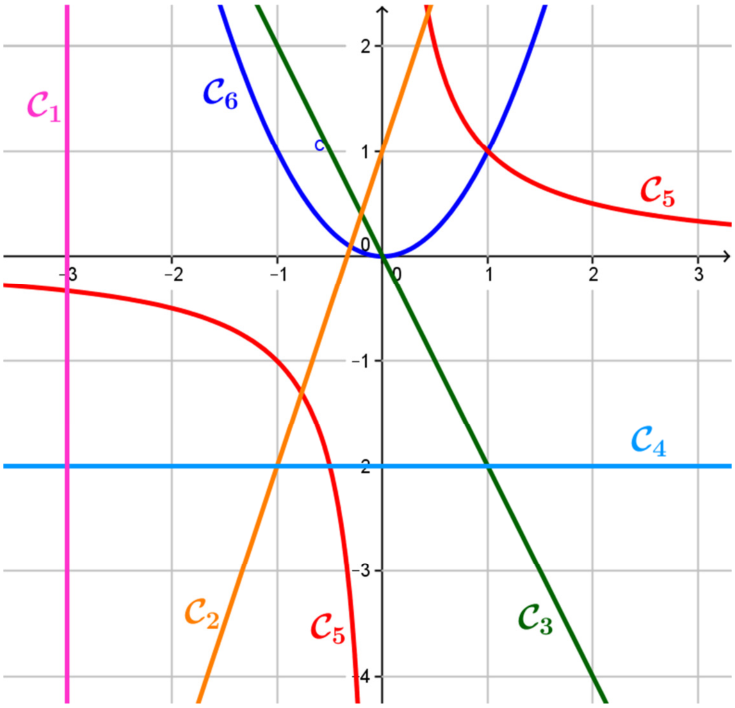
1. A l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$
   Donner la fenêtre d'affichage utilisée.
2. A l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de $f(x)$.
3. Vérifier le résultat de la question **1.**

Exercice 2

Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{1 - 2x}{x - 4}$

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction g.
2. Déterminer l'image de $\dfrac{3}{4}$ et le(s) antécédent(s) de 0, s'il(s) existe(nt), par la fonction g.
3. A l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \leq 0$
   Donner la fenêtre d'affichage utilisée.
4. A l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de $g(x)$.
5. Vérifier le résultat de la question **3.**

Fonctions de référence



La courbe .... représente la fonction **carré** définie sur .... par $f(x) =$ ....

La courbe .... représente la fonction **inverse** définie sur .... par $f(x) =$ ....

La courbe .... représente une fonction **constante** définie sur .... par $f(x) =$ ....

La courbe .... représente une fonction **linéaire** définie sur .... par $f(x) =$ ....

La courbe .... représente la fonction **affine** ni constante ni linéaire définie sur .... par $f(x) =$ ....

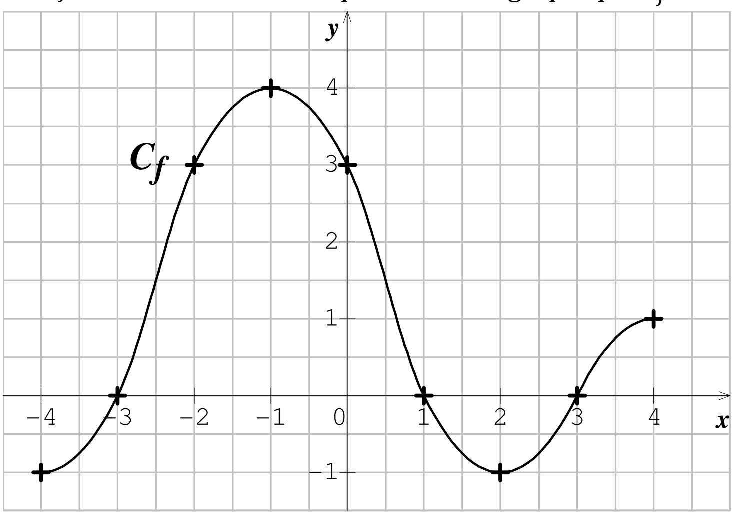
La courbe .... ne représente pas une fonction

Soit a, b, c et d quatre réels avec $c \neq 0$ et $ad \neq bc$. La fonction f définie pour tout réel x tel que $cx + d \neq 0$ par $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ est une fonction ....

Sa représentation graphique est une ....

Exercice 2

Soit f la fonction dont la représentation graphique C_f est donnée ci-dessous.



L'ensemble de définition de la fonction f est

.... ;

$f(0{,}5) =$ .... ; $f(4) =$ .... ;

L'image de 0 par la fonction f est .... ;

.... a pour image 4 par la fonction f ;

$f(x) = 3$ a pour solution

.... ;

$f(x) > 0$ a pour solution

.... ;

Le minimum de la fonction f est .... ; Le maximum de la fonction f est ....

Dresser le tableau de variations et le tableau de signes de la fonction f.

Equations de droite

On se place dans un repère.

Une droite parallèle à l'axe des abscisses a une équation de la forme ....

Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme ....

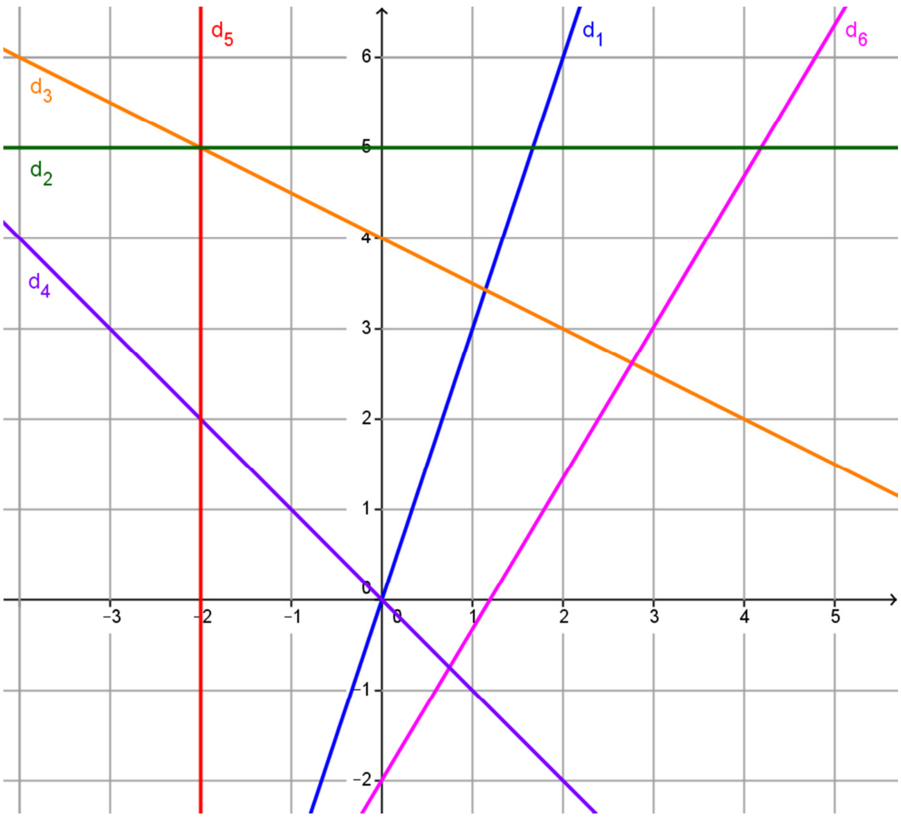
Soit d une droite d'équation $y = mx + p$

m est appelé .... et p est appelé ....

On considère les points $A\ (x_A\ ;\ y_A)$ et $B\ (x_B\ ;\ y_B)$.

Si $x_A \neq x_B$ alors le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à ....

Exercice



Par lecture graphique, donner une équation de chacune des droites d_1 à d_6

d_1 : ....

d_2 : ....

d_3 : ....

d_4 : ....

d_5 : ....

d_6 : ....

Dans le repère ci-contre, tracer les droites d_7 à d_9 telles que

$d_7 :\ y = 3x - 1$

$d_8 :\ y = -\dfrac{3}{4}x + 6$

$d_9 :\ y = \dfrac{2}{3}x - \dfrac{4}{3}$

Fonction polynôme du 2nd degré

Soit f le trinôme du 2nd degré défini sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)^2 + \beta$
avec a, b, c, α et β des réels tels que $a \neq 0$.

$ax^2 + bx + c$ est la forme .... de $f(x)$

$a(x-\alpha)^2 + \beta$ est la forme .... de $f(x)$

La représentation graphique de la fonction f est une .... de sommet le point S (... ; ...)

Cette représentation graphique est dirigée vers .... si .... et vers .... si ....

et possède un axe de symétrie parallèle à l'axe des .... et qui a pour équation ....

Exercice 1

On considère les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = 2(x+3)^2 - 1$ $\qquad g(x) = 4(x-5)^2 + 6$ $\qquad h(x) = -(x+7)^2$

Pour chacune des fonctions,

1. Donner les valeurs de a, α et β .
2. En déduire le tableau de variations de la fonction .
3. Donner le nombre de points d'intersection entre la courbe de la fonction et l'axe des abscisses.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-4)^2 - 4$ (forme notée **FC**)

Soit C_f sa représentation graphique dans un repère.

1. Déterminer la forme développée de $f(x)$. On note **FD** cette forme.

2. Montrer que pour tout réel x, on a $f(x) = (x-6)(x-2)$. On note **FF** cette forme.

3. En utilisant la forme la plus adaptée de $f(x)$, répondre aux questions (indépendantes) suivantes :

- **a.** Calculer l'image de 4 et l'image de 0 par la fonction f.
- **b.** Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f.
- **c.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 12$
- **d.** Justifier que C_f est une parabole dont on précisera le sommet et l'axe de symétrie.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3(x-1)^2 + 2$ et C_f sa représentation graphique dans un repère.

1. Pour chacun des points suivants, déterminer par le calcul s'il appartient ou pas à C_f .

$D\left(\frac{1}{3}\ ;\ 0{,}67\right)$ $\qquad$ $E\ (-2\ ;\ -25)$

2. Soit d la droite d'équation $y = 3x - 7$

Montrer que la courbe C_f et la droite d sont sécantes au point $A\ (2\ ;\ -1)$.

3. Utiliser la calculatrice pour conjecturer les coordonnées d'un autre point d'intersection de C_f et d.

Vérifier par le calcul cette conjecture.

Exercice 4

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ représentées ci-contre telles que :

$$f(x) = a(x-1)^2 - 4 \quad \text{et} \quad g(x) = mx + p$$

1. Donner par lecture graphique les valeurs de m et p.

2. Donner par lecture graphique la valeur de $f(0)$

et en déduire par calcul la valeur de a.

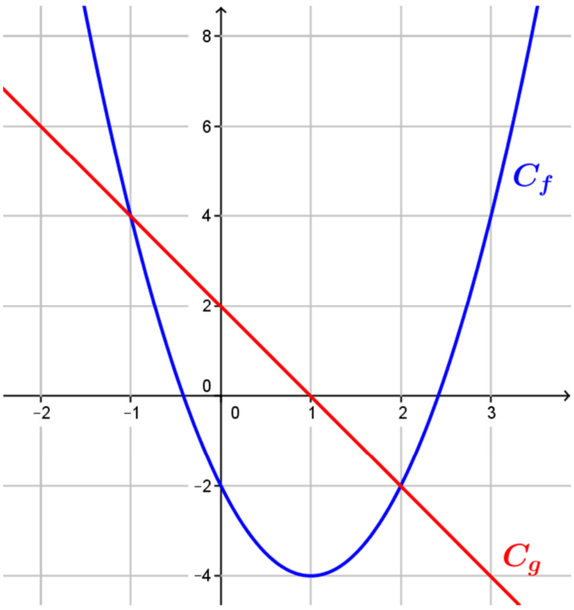
3. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

4. Etudier le signe de $(2x+2)(x-2)$ à l'aide d'un tableau.

5. On admet que pour tout réel x, on a :

$$f(x) - g(x) = (2x+2)(x-2)$$

Retrouver le résultat de la question **3.**



Statistiques

Exercice 1

Le tableau suivant donne les âges des membres d'un club de sport.

Age (ans)	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectif	5	6	7	9	8	6	4	3

Déterminer la moyenne, la médiane et les quartiles de cette série.

Exercice 2

Dans une entreprise, la répartition des salaires est donnée par le tableau suivant.

Salaire (euros)	]1000 ; 2000]	]2000 ; 3000]	]3000 ; 4000]	]4000 ; 6000]
Pourcentage	19 %	43 %	26 %	12 %

1. Calculer la moyenne de cette série.
2. Dans un repère bien choisi, tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes.
3. En déduire, par lecture graphique, la médiane et les quartiles de cette série (arrondir à la centaine).

Probabilités

Soit A et B deux événements. Soit $\overline{\mathrm{A}}$ l'événement contraire de A.

$P(\overline{\mathrm{A}}) =$ .... $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) =$ ....

Exercice

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée.

1. Construire un arbre représentant la situation et lister les issues.
2. Déterminer la probabilité des événements suivants :

   A : « on n'obtient que des piles »

   B : « on obtient au moins un pile »

   C : « on obtient exactement un pile »

   D : « on obtient aucun pile »
3. Compléter $\overline{\mathrm{B}}$: « on obtient .... » et calculer la probabilité de $\overline{\mathrm{B}}$.

Intervalle de fluctuation

On fait l'hypothèse que la proportion d'un caractère dans une population est p.

On considère un échantillon de taille n.

On observe que le caractère est présent dans cet échantillon avec une fréquence égale à f.

Lorsque $\boldsymbol{n \geq 25}$ et $\boldsymbol{0,2 \leq p \leq 0,8}$ alors il y a environ 95% des échantillons de taille n qui sont tels que la fréquence f appartient à un intervalle I de fluctuation au seuil de 95 % où

$$I = \left[p - \frac{\dots}{\sqrt{\dots}} ; p + \frac{\dots}{\sqrt{\dots}}\right]$$

Prise de décision

Si $f \notin I$ alors on rejette l'hypothèse

Si $f \in I$ alors on ne rejette pas l'hypothèse

Exercice

Un laboratoire pharmaceutique affirme que son nouveau médicament contre le mal des transports est efficace sur les trois-quarts des malades habituels. Une association indépendante collecte des données auprès de personnes habituellement malades. Sur 57 personnes, 50 n'ont pas été malades à la suite de la prise du médicament. Que peut-on dire de l'affirmation du laboratoire pharmaceutique ?

résultats à 10^{-4}

$n = \dots\dots$ $p = \dots\dots\dots\dots$ $f = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots} \simeq \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$$I = \left[\dots\dots\dots\dots - \frac{\dots}{\sqrt{\dots\dots}} ; \dots\dots\dots\dots + \frac{\dots}{\sqrt{\dots\dots}}\right] \simeq [\dots\dots\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots\dots\dots]$$

f ... ... I donc ....