Mathématiques

préparation à la 1ère S

Le programme de 1ère S est **chargé.** Les **nouvelles notions** sont **nombreuses** et le **rythme** de progression est **plus rapide** qu'en classe de 2nde .
Il est indispensable que le **travail personnel** soit **régulier et approfondi.**

Le programme de Terminale S s'appuie sur les notions découvertes en 1ère S.
L'**acquisition de ces bases** est donc **essentielle** à la réussite en Terminale S.

Pour faciliter la remise au travail en fin de vacances, ce fichier contient des résultats de cours à compléter et à connaître et des exercices d'application.

Une semaine avant la rentrée, une correction succincte des exercices sera mise en ligne sur l'ENT.

Notations

$\in$: « appartient à » , symbole utilisé entre un élément et un ensemble
$\subset$: .... , symbole utilisé entre deux ensembles

$\cap$: ....
$\cup$: ....

Ensembles de nombres

$\emptyset$ est l'ensemble vide
$\mathbb{N}$ est l'ensemble des nombres ....
$\mathbb{Z}$ est l'ensemble des nombres ....
$\mathbb{R}$ est l'ensemble des nombres ....
$\mathbb{R}^*$ est l'ensemble des nombres ....
$\mathbb{R}^+$ est l'ensemble des nombres ....
$\mathbb{R}^{-*}$ est l'ensemble des nombres ....

QCM

(plusieurs réponses possibles)

1°) $\mathbb{N} \cap [-2; 2] = ...$
☐ $\{2\}$
☐ $\{1\,; 2\}$
☐ $\{0\,; 1\,; 2\}$
☐ $[0; 2]$

2°) $-3^2 \in ...$
☐ $\mathbb{N}$
☐ $\mathbb{Z}$

3°) $(-3)^2 \in ...$
☐ $\mathbb{N}$
☐ $\mathbb{Z}$

4°) Si $x \in \mathbb{R}^+$ alors
☐ $x \in \mathbb{N}$
☐ $x \in \mathbb{R}$

5°) Si $x \in \mathbb{R}^+$, alors
☐ $x \geq 0$
☐ $x > 0$

6°) $n \in \mathbb{N}^*$ signifie
☐ n entier positif
☐ n entier et $n \geq 1$

7°) Si $x \in \mathbb{R}^{-*}$, alors
☐ $x < 0$
☐ $x \leq -1$

8°) $\mathbb{R}^- \cap \mathbb{R}^+ = ...$
☐ $\emptyset$
☐ $\mathbb{R}$
☐ $\{0\}$

9°) $\mathbb{N} \subset ...$
☐ $\mathbb{Z}$
☐ $\mathbb{R}^{+*}$

Fractions (écrire sous la forme d'une seule fraction)

Pour tous réels a, b, c et d non-nuls

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \cdots$

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \cdots$

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \cdots$

$\frac{a}{b} + c = \cdots$

$\frac{a}{b} \times c = \cdots$

$\frac{a}{b} : c = \cdots$

$\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \cdots$

$\dfrac{1}{\frac{a}{b}} = \cdots$

$\dfrac{\frac{a}{b}}{c} = \cdots$

$\dfrac{a}{\frac{b}{c}} = \cdots$

Calculer sans calculatrice (puis vérifier à la calculatrice)

$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

$B = 3\left(\frac{2}{5} - \frac{6}{7}\right)$

$C = \dfrac{\frac{1}{2}}{3} - \dfrac{1}{\frac{2}{3}}$

$D = \dfrac{1 + \frac{1}{6}}{1 + \frac{1}{5}}$

Puissances

Pour tous réels a et b non-nuls. Pour tous entiers naturels n et p.

$a^0 = ...$

$a^1 = ...$

$a^{-n} = \cdots$

$a^n \times a^p = ...$

$\frac{a^n}{a^p} = \cdots$

$(a^n)^p = ...$

$(a \times b)^n = ...$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \cdots$

Vrai / Faux (sans calculatrice, cocher les égalités vraies)

☐ $5^{-2} = 0{,}05$
☐ $2 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3} = 0{,}023$
☐ $5^3 + 5^{-7} = 5^{-4}$
☐ $5^3 + 5^{-7} = 10^{-4}$
☐ $5^3 \times 5^{-7} = 5^{-4}$
☐ $5^3 \times 5^{-7} = 5^{-21}$

☐ $(5^3)^{-7} = 5^{-21}$
☐ $(5^3)^{-7} = 5^{-4}$
☐ $\frac{5^3}{5^{-7}} = 5^{10}$
☐ $\frac{5^3}{5^{-7}} = 5^{-4}$
☐ $5^3 + 2^3 = 7^3$

☐ $5^3 \times 2^3 = 10^3$
☐ $\frac{5^3}{2^3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3$
☐ $(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$
☐ $(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2$
☐ $\frac{1}{3^4} = -3^4$

Formes d'une expression algébrique

Les identités remarquables

$(a+b)^2 = ...$

$(a-b)^2 = ...$

$(a-b)(a+b) = ...$

ne pas confondre

$a \times (b+c) = ...$

$a \times (b-c) = ...$

$a \times (b \times c) = ...$

ne pas confondre

$x \times x \times x = ...$

$x + x + x = ...$

Compléter

$x^2 + 6x + \ ... = (x + \ ...)^2$

$x^2 - 2x + \ ... = (x - \ ...)^2$

$x^2 + \ ... + \ ... = \left(x + \dfrac{5}{2}\right)^2$

$x^2 - 7x + \ ... = (x - \ ...)^2$

Racines carrées

Pour tous a et b positifs

$\sqrt{a \times b} = ...$

si $b \neq 0$, $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \ ...$

$\left(\sqrt{a}\right)^2 = \ ...$

Ecrire sans la racine carrée au dénominateur puis simplifier (sans utiliser la calculatrice)

$A = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad B = \dfrac{3}{2\sqrt{3}}$ $\qquad C = \dfrac{6-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

QCM pour tout a réel positif

1°) $\left(\sqrt{a}+1\right)^2 - \left(\sqrt{a}-1\right)^2 = \cdots$

☐ $4\sqrt{a}$

☐ a

☐ 2

2°) $\left(1-4\sqrt{a}\right)\left(1+2\sqrt{a}\right) = \cdots$

☐ $1 - 8\sqrt{a}$

☐ $1 - 10\sqrt{a}$

☐ $1 - 2\sqrt{a} - 8a$

3°) $\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \cdots$

☐ 12

☐ $5\sqrt{2}$

☐ $2\sqrt{5}$

Equations

$\Leftrightarrow$ signifie « est équivalent à »

$A(x) \times B(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A(x) = 0 \ \ ... \ \ B(x) = 0$

$A(x) \times B(x) \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad A(x) \neq 0 \ \ ... \ \ B(x) \neq 0$

$\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A(x) \ ... \ 0 \ \ ... \ \ B(x) \ ... \ 0$

Pour tout réel a

Si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$

Si $a = 0$ alors l'équation $x^2 = a$ admet une solution dans $\mathbb{R}$ qui est $x = ...$

Si $a > 0$ alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$ qui sont $x = ...$ et $x = ...$

Soit a, b, c et d quatre réels avec b et d non-nuls. $\quad \dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} \quad \Leftrightarrow$ ....

Exercice 1

1. Factoriser les expressions suivantes

$x(3x-1) - x(2x+3)$

$4x^2 - 1$

$x^2 - 6x + 9$

$25 - (x-3)^2$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

$x(3x-1) = x(2x+3)$

$4x^2 - 1 + x(2x+1) = 0$

$x^2 - 6x + 9 - 2(x-3) = 0$

$\dfrac{25-(x-3)^2}{x+2} = 0$

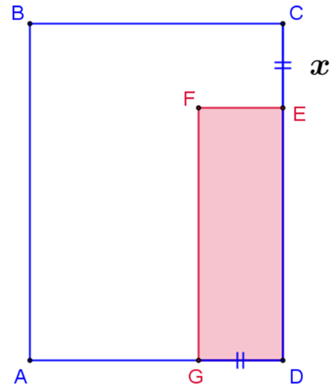
Exercice 2

En ajoutant le même réel x au numérateur et au dénominateur de la fraction $\dfrac{2}{5}$, on obtient $\dfrac{8}{9}$.

Quel est ce réel x ?

Exercice 3

Un flyer a la forme d'un rectangle $ABCD$ avec $AB = 20\ cm$ et $AD = 15\ cm$.
Soit E un point de $[CD]$. La partie colorée, consacrée aux illustrations, est un rectangle $DGFE$ tel que $CE = GD$. On souhaite que l'aire du rectangle $DGFE$ représente 25 % de l'aire totale du carré $ABCD$. Soit x la longueur CE.



1. A quel intervalle x appartient-il ? Justifier.

2. Montrer que : $20x - x^2 = 75$

3. Montrer que pour tout réel x on a : $20x - x^2 = 75 \Leftrightarrow 25 - (x-10)^2 = 0$

4. Où doit-on placer le point E ? Représenter le flyer à l'échelle $1/5$.

Algorithmes

Exercice 1

Un magasin solde ses articles en appliquant une réduction de 5 % si le prix de l'article est inférieur à 100 € et une réduction de 5 € dans le cas contraire.

1. Un article coûte 85 €. Calculer son prix après réduction.

2. Un article coûte 120 €. Calculer son prix après réduction.

3. Ecrire un algorithme qui, lorsqu'on **saisit** le prix $\boldsymbol{P}$ d'un article, **détermine** puis **affiche** son prix après réduction.

Exercice 2

Partie A

On exécute l'algorithme ci-dessous.

Initialisation
T prend la valeur 50
n prend la valeur 0
Traitement
Tant que $T > 0{,}5$ faire
T prend la valeur $\frac{T}{2}$
n prend la valeur $n + 1$
Fin Tant que
Sortie
Afficher n

Compléter le tableau ci-dessous donnant l'état des variables au cours du traitement de l'algorithme.

T	n
50	0
25	1

Partie B

On exécute l'algorithme ci-dessous.

Initialisation
S prend la valeur 0
Traitement
Pour k allant de 0 à 6 faire
S prend la valeur $S + 2^k$
Fin Pour
Sortie
Afficher S

Compléter le tableau ci-dessous donnant l'état des variables au cours du traitement de l'algorithme.

k	S
	0
0	1
1	3
2	7
3	
4	
5	
6	

Partie C

On dispose d'une ficelle de 50 m. On la coupe en deux morceaux de même longueur.
Puis on coupe à nouveau chaque morceau obtenu en deux morceaux de même longueur.
Ainsi de suite jusqu'à ce que tous les morceaux obtenus aient une même longueur inférieur à 50 cm.
Quelle est cette longueur ? Combien de coups de ciseaux ont été nécessaires ?

Signe d'une expression

QCM (une seule bonne réponse)

1°) Le produit de deux facteurs négatifs est
☐ négatif
☐ positif
☐ ça dépend des facteurs

2°) Le produit de deux facteurs positifs est
☐ négatif
☐ positif
☐ ça dépend des facteurs

3°**)** Le produit de deux facteurs de signes contraires est
☐ négatif
☐ positif
☐ ça dépend des facteurs

4°) La somme de deux termes négatifs est
☐ négative
☐ positive
☐ ça dépend des termes

5°) La somme de deux termes positifs est
☐ négative
☐ positive
☐ ça dépend des termes

6°**)** La somme de deux termes de signes contraires est
☐ négative
☐ positive
☐ ça dépend des termes

Pour tous a et b réels avec $a \neq 0$, $\boldsymbol{ax+b=0} \Leftrightarrow x = \ldots$

x	$-\infty$		$\ldots$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		$\ldots$	0	$\ldots$	

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x(x+1)(3-x)$

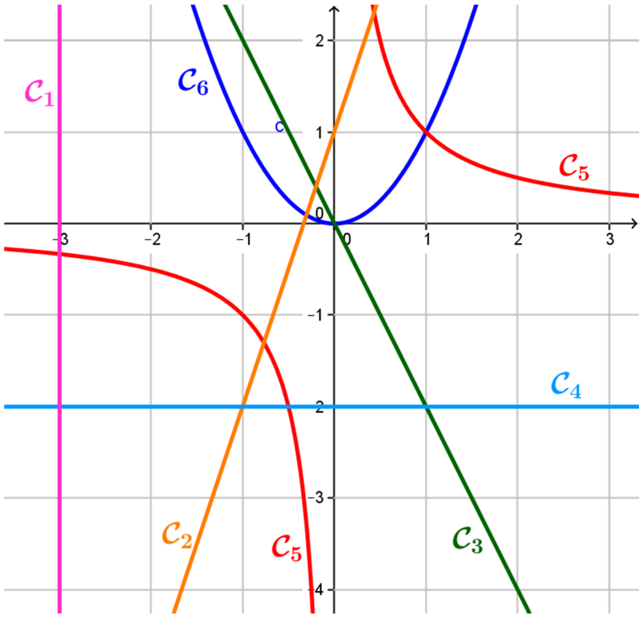
1. A l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$
   Donner la fenêtre d'affichage utilisée.
2. A l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de la fonction f.
3. Vérifier le résultat de la question **1.**

Exercice 2

Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{1-2x}{x-4}$

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction g.
2. Déterminer l'image de $\frac{3}{4}$ et le(s) antécédent(s) de 0, s'il(s) existe(nt), par la fonction g.
3. A l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 5$
   Donner la fenêtre d'affichage utilisée.
4. Montrer que pour tout réel $x \neq 4$ on a $g(x) - 5 = \frac{-7x+21}{x-4}$
5. A l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de $\dfrac{-7x+21}{x-4}$
6. Vérifier le résultat de la question **3.**

Fonctions de référence



La courbe .... représente la fonction **carré** définie sur .... par $f(x) =$ ....

La courbe .... représente la fonction **inverse** définie sur .... par $f(x) =$ ....

La courbe .... représente une fonction **constante** définie sur .... par $f(x) =$ ....

La courbe .... représente une fonction **linéaire** définie sur .... par $f(x) =$ ....

La courbe .... représente la fonction **affine** ni constante ni linéaire définie sur .... par $f(x) =$ ....

La courbe .... ne représente pas une fonction

Soit a, b, c et d quatre réels avec $c \neq 0$ et $ad \neq bc$. La fonction f définie pour tout réel x tel que $cx + d \neq 0$ par $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ est une fonction ....

Sa représentation graphique est une ....

Sens de variation

Pour tous réels a et b

Si $\mathbf{0} \leq a < b$ alors a^2 ... b^2 car la fonction carré est strictement .... sur ......

Si $a < b \leq \mathbf{0}$ alors a^2 ... b^2 car la fonction carré est str. .... sur ......

Si $\mathbf{0} < a < b$ alors $\dfrac{1}{a}$ ... $\dfrac{1}{b}$ car la fonction inverse est str. .... sur ......

Si $a < b < \mathbf{0}$ alors $\dfrac{1}{a}$ ... $\dfrac{1}{b}$ car la fonction inverse est str. .... sur ......

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $[-4\,;5]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous.

x	-4		-1		3		5
$f(x)$	1	$\nearrow$	6	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2

1. Pour chacune des affirmations , répondre par « vrai », « faux » ou « on ne peut pas savoir ». Justifier.

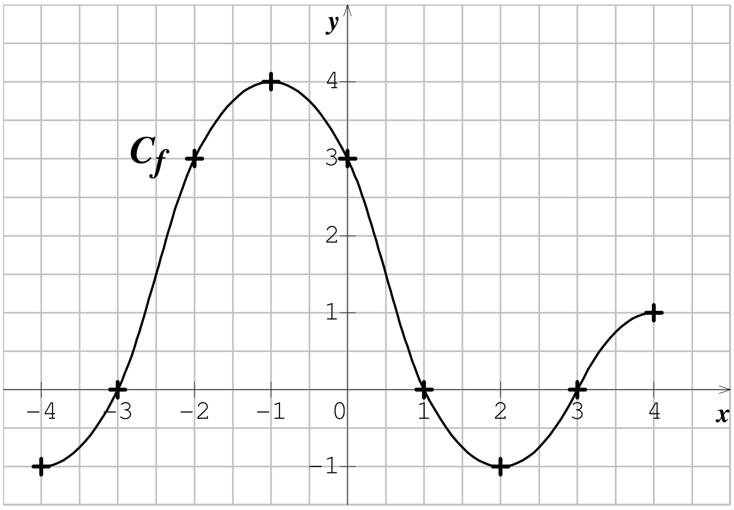
$f(-3) < f(-2)$ $\quad$ $f(0) < f(0{,}5)$ $\quad$ $f(3{,}1) < f(3{,}2)$ $\quad$ $f(2{,}9) > f(3{,}1)$

$f(4) < f(-2)$ $\quad$ $f(4) = 0$ $\quad$ le minimum de f est – 4 $\quad$ le maximum de f est 6

2. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ et un encadrement le plus précis possible de chaque solution.

Exercice 2

Soit f la fonction dont la représentation graphique C_f est donnée ci-dessous.



L'ensemble de définition de la fonction f est

…………………………………… ;

$f(0{,}5) =$ …………… ; $f(4) =$ …………… ;

L'image de 0 par la fonction f est ……….. ;

…………… a pour image 4 par la fonction f ;

$f(x) = 3$ a pour solution

……………………………………………………………… ;

$f(x) > 0$ a pour solution

……………………………………………………………… ;

Le minimum de la fonction f est ……………… ; Le maximum de la fonction f est ……………………

Dresser le tableau de variations et le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 3

On considère l'algorithme ci-dessous

Saisir un réel x différent de 1
Soustraire 1
Appliquer la fonction inverse
Multiplier par -2
Ajouter 3
Afficher le résultat

1. Déterminer le résultat affiché lorsqu'on saisit le nombre 0.
2. On note f la fonction qui, à tout réel $\neq 1$, associe le résultat affiché par l'algorithme. Donner $f(x)$.
3. La fonction f est-elle une fonction homographique ? Justifier.
4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4(x+1)^2 - 5$

   Ecrire un algorithme, qui lorsqu'on saisit un réel x, détermine puis affiche $g(x)$.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 - 4(6-3x)^2$

1. Pour tous réels a et b,

si $2 \leq a < b$

alors ………….. $-3a$ ……… $-3b$

donc ………….. $6-3a$ ……… $6-3b$

donc $(6-3a)^2$ ……… $(6-3b)^2$ car ……………………………………………………………

donc $-4(6-3a)^2$ ……… $-4(6-3b)^2$

donc $5-4(6-3a)^2$ ……… $5-4(6-3b)^2$

donc $f(a)$ ……… $f(b)$

donc la fonction f est strictement ………………………………………… sur $[2\,;\,+\infty[$

2. De même, étudier le sens de variation de la fonction f sur $]-\infty\,;2]$

Exercice 5

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ par $g(x)=\dfrac{-2}{x-3}$

1. Pour tous réels a et b,

si $3<a<b$

alors ………… $a-3$ ……… $b-3$

donc $\dfrac{1}{a-3}$ ……… $\dfrac{1}{b-3}$ car ………………………………………………………………

donc $\dfrac{-2}{a-3}$ ……… $\dfrac{-2}{b-3}$

donc $g(a)$ ……… $g(b)$

donc la fonction g est strictement ……………………………………………… sur $]3\,;+\infty[$

2. De même, étudier le sens de variation de la fonction g sur $]-\infty\,;3[$

Equations de droite

On se place dans un repère.

L'axe des abscisses a pour équation ………… L'axe des ordonnées a pour équation …………

Une droite parallèle à l'axe des abscisses a une équation de la forme ……………

Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme ……………

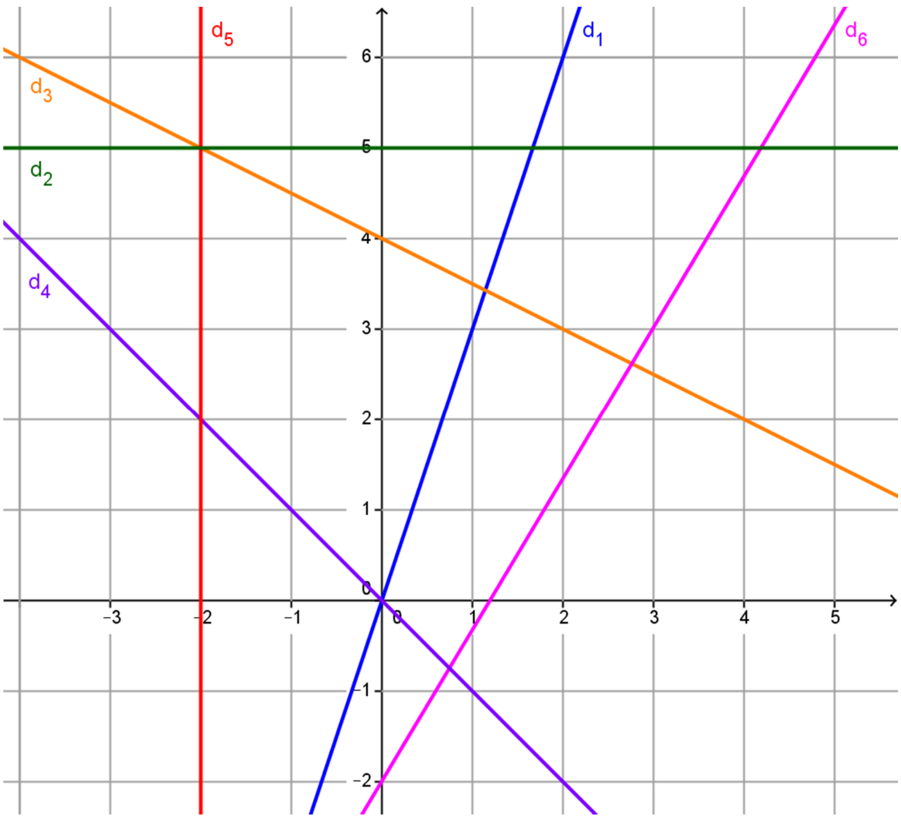
Soit d une droite d'équation $y=mx+p$

m est appelé ……………………………………………………………… et p est appelé ………………………………………………………………

On considère les points $A\,(x_A\,;\,y_A)$ et $B\,(x_B\,;\,y_B)$.

Si $x_A\neq x_B$ alors le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à ………………………………………………………………

Exercice



Par lecture graphique, donner une équation de chacune des droites d_1 à d_6

d_1 : ………………………………………

d_2 : ………………………………………

d_3 : ………………………………………

d_4 : ………………………………………

d_5 : ………………………………………

d_6 : ………………………………………

Dans le repère ci-contre, tracer les droites d_7 à d_9 telles que

d_7 : $y=3x-1$

d_8 : $y=-\dfrac{3}{4}x+6$

d_9 : $y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{4}{3}$

Fonction polynôme du 2nd degré

Soit f le trinôme du 2nd degré défini sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)^2 + \beta$

avec a, b, c, α et β des réels tels que $a \neq 0$.

$ax^2 + bx + c$ est la forme ……………………………………. de $f(x)$

$a(x-\alpha)^2 + \beta$ est la forme ……………………………………. de $f(x)$

La représentation graphique de la fonction f est une ………………………………. de sommet le point S (… ; …)

Cette représentation graphique est dirigée vers ………………… si ……………. et vers ………………… si …………….

et possède un axe de symétrie parallèle à l'axe des ………………………………. et qui a pour équation …………….

Exercice 1

On considère les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = 2(x+3)^2 - 1$ $\qquad$ $g(x) = 4(x-5)^2 + 6$ $\qquad$ $h(x) = -(x+7)^2$

Pour chacune des fonctions,

1. Donner les valeurs de a, α et β .
2. En déduire le tableau de variations de la fonction .
3. Donner le nombre de points d'intersection entre la courbe de la fonction et l'axe des abscisses.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2(x-4)^2 - 8$ (forme notée **FC**)

Soit C_f sa représentation graphique dans un repère.

1. Déterminer la forme développée de $f(x)$. On note **FD** cette forme.
2. Montrer que pour tout réel x, on a $f(x) = 2(x-6)(x-2)$. On note **FF** cette forme.
3. En utilisant la forme la plus adaptée de $f(x)$, répondre aux questions (indépendantes) suivantes :
   - **a.** Calculer l'image de 4, l'image de 0 et l'image de $\sqrt{2}$ par la fonction f.
   - **b.** Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f.
   - **c.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 24$
   - **d.** Justifier que C_f est une parabole dont on précisera le sommet et l'axe de symétrie.
   - **e.** Donner le sens de variations de la fonction f.
   - **f.** Justifier que pour tout réel x, on a $f(x) \geq -8$. Que peut-on en déduire ?
   - **g.** Déterminer les points d'intersection de C_f et la droite d d'équation $y = x - 2$
   - **h.** Déterminer la position de C_f par rapport à l'axe des abscisses.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3(x-1)^2 + 2$ et C_f sa représentation graphique dans un repère.

1. Pour chacun des points suivants, déterminer par le calcul s'il appartient ou pas à C_f .

   $D\left(\frac{1}{3}\ ;\ 0{,}67\right)$ $\qquad$ $E\left(\sqrt{2}\ ;\ -1\right)$ $\qquad$ $F\left(1+\sqrt{5}\ ;\ -13\right)$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = -1$
3. Soit d la droite d'équation $y = 3x - 7$

   Montrer que la courbe C_f et la droite d sont sécantes au point $A\ (2\ ;\ -1)$.
4. Utiliser la calculatrice pour conjecturer les coordonnées d'un autre point d'intersection de C_f et d.

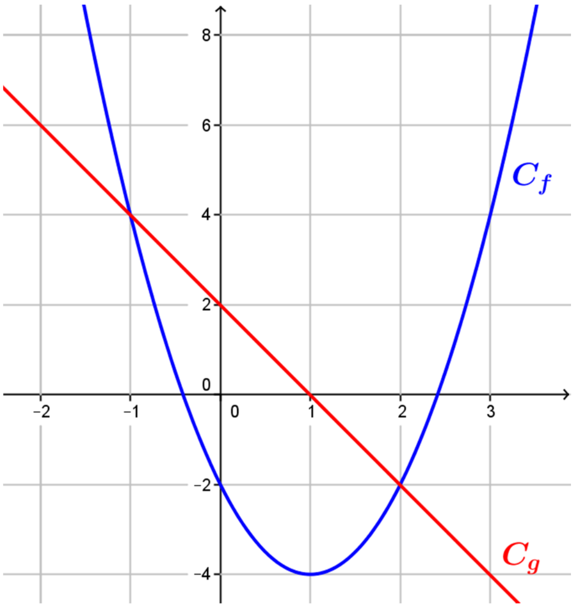
   Vérifier par le calcul cette conjecture.

Exercice 4

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ représentées ci-contre telles que :

$$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta \quad \text{et} \quad g(x) = mx + p$$

1. Donner par lecture graphique les valeurs de α, β , m et p.
2. Donner par lecture graphique la valeur de $f(0)$ et en déduire par calcul la valeur de a.
3. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq g(x)$
4. Montrer que pour tout réel x, on a :
   $$f(x) - g(x) = 2(x+1)(x-2)$$
5. Etudier le signe de $2(x+1)(x-2)$ à l'aide d'un tableau.
6. Retrouver le résultat de la question **3.**



Système

http://zoneur.sesamath.net/imgs_produites/vign/ms3_2008/3789-1.gif
http://zoneur.sesamath.net/imgs_produites/vign/ms3_2008/3790-1.gif

Résoudre par substitution

$$\begin{cases} x - 4y = 5 \\ 5x + 3y = -21 \end{cases}$$

Méthode :

A utiliser que lorsque au moins un coefficient est égal à 1 ou -1 pour éviter les fractions.

A partir d'une équation, isoler une inconnue.

Dans l'autre équation, remplacer cette inconnue par l'expression trouvée, puis résoudre cette équation.

Dans une équation, remplacer l'inconnue trouvée par sa valeur.

Conclure.

Résoudre par combinaison linéaire

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 21 \end{cases}$$

Méthode :

Multiplier une ou les deux équations par des nombres bien choisis pour que, lorsqu'ensuite on additionne ou on soustrait les équations, une inconnue disparaisse.

A partir du système initial, faire de même pour faire disparaître l'autre inconnue.

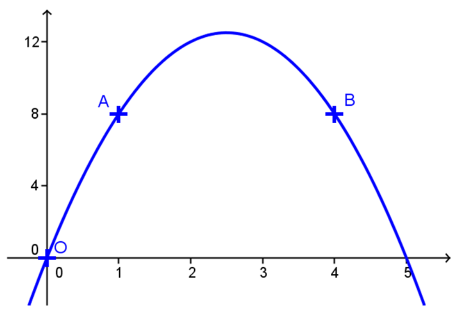
Pour faire disparaître une inconnue, on peut multiplier chaque équation par le coefficient de l'inconnue de l'autre équation, puis soustraire.

Conclure.

Exercice

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ dont la représentation graphique est la parabole passant par les points $O\ (0\,;0)$, $A\ (1\,;8)$ et $B\ (4\,;8)$.

1. Déterminer par le calcul les réels a, b et c.
2. Utiliser une propriété de la parabole pour déterminer l'abscisse de son sommet S.
3. Déduire des questions précédentes l'ordonnée du sommet S.
4. Donner la forme canonique de $f(x)$.



Remarque : utiliser la calculatrice ou un logiciel de calcul formel comme Xcas pour vérifier les résultats.

Quadrilatères

Pour montrer qu'un quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme,
il suffit de montrer **une** des propriétés ci-dessous

- les diagonales ……………………………………………………………………………………………
- les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et ……… sont ……………………………………

Pour montrer qu'un parallélogramme $ABCD$ est un rectangle,
il suffit de montrer **une** des propriétés ci-dessous

- les diagonales ……………………………………………………………………………………………
- deux côtés consécutifs ……………………………………………………………………………………

Pour montrer qu'un parallélogramme $ABCD$ est un losange,
il suffit de montrer **une** des propriétés ci-dessous

- les diagonales ……………………………………………………………………………………………
- deux côtés consécutifs ……………………………………………………………………………………

Pour montrer qu'un rectangle $ABCD$ est un carré,
il suffit de montrer **une** des propriétés ci-dessous

- les diagonales ……………………………………………………………………………………………
- deux côtés consécutifs ……………………………………………………………………………………

Pour montrer qu'un losange $ABCD$ est un carré,
il suffit de montrer **une** des propriétés ci-dessous

- les diagonales ……………………………………………………………………………………………
- deux côtés consécutifs ……………………………………………………………………………………

Vecteurs

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A\ (x_A\ ;\ y_A)$ et $B\ (x_B\ ;\ y_B)$, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$.

Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées $x_I =$ ………………………… et $y_I =$ …………………………

$\overrightarrow{AB}\ \Big(\qquad\qquad\Big)$ $\qquad\vec{u}+\vec{v}\ \Big(\qquad\qquad\Big)$ $\qquad$ Soit $k \in \mathbb{R}$, $k\vec{u}\ \Big(\qquad\Big)$

La longueur $AB =$ ……………………………………………………

Deux vecteurs non-nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ⇔ il existe un réel k non nul tel que ……………………

Les points A, B et C sont alignés ⇔ les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont ………………………………………………………

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles ⇔ ………………………………………………………………………………

Pour tous points A, B et C on a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC} =$ ……… Cette propriété porte le nom de ………………………………

Exercice

Soit $ABCD$ et $CBFE$ deux parallélogrammes.

1. $ABCD$ parallélogramme donc

$\overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$; $\overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$; $\overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$; $\overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$

2. $CBFE$ parallélogramme donc

$\overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$; $\overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$; $\overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$; $\overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$

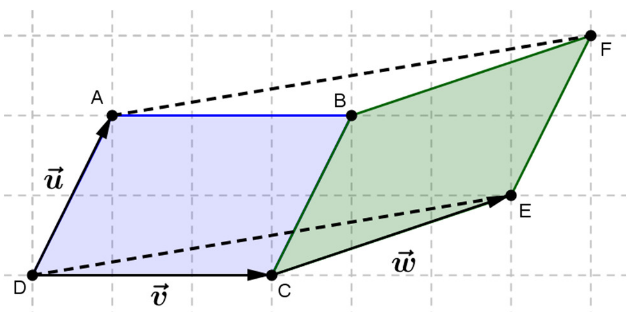
3. Montrer que $AFED$ est un parallélogramme.

On pose $\vec{u} = \overrightarrow{DA}$; $\vec{v} = \overrightarrow{DC}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{CE}$

4. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{C\ldots} + \overrightarrow{\ldots A} = -\overrightarrow{\ldots C} + \overrightarrow{\ldots A} = -\overrightarrow{\ldots} + \overrightarrow{\ldots}$

5. Exprimer en fonction de $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ les vecteurs suivants :

$\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{CF}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{DF}$



Géométrie analytique

Dans un repère orthonormé, placer les points $A\,(-2\,;7)$, $B(2\,;0)$, $C(9\,;4)$, $D(5\,;\,11)$, $E(0\,;\,-7)$, $F(-9\,;\,3)$.

1. Montrer que $ACBF$ est un parallélogramme.
2. Montrer que les droites (BC) et (DF) sont parallèles.
3. Soit I milieu du segment $[AC]$. Montrer que les points I, D et E ne sont pas alignés.
4. Déterminer une équation de la droite (d) passant par E et parallèle à la droite (AC).
5. Montrer que ABC est un triangle isocèle rectangle.
6. Montrer que $ABCD$ est un carré.
7. Construire le point G tel que $\overrightarrow{DG} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ puis calculer les coordonnées de G.
8. Montrer que G est le milieu de $[BF]$.

Trigonométrie

$\forall\, x \in \mathbb{R}$, $\ldots \leq \cos x \leq \ \ldots$; $\ldots \leq \sin x \leq \ \ldots$; $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = \ \ldots$; pour $\cos x \neq 0$, $\tan x = \ \ldots$

Valeurs remarquables (à connaître par cœur !)

$\cos(\,0\,) = \ldots$

$\sin(\,0\,) = \ldots$

$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \ \ldots$

$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \ldots$

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \ \ldots$

$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \ldots$

$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \ \ldots$

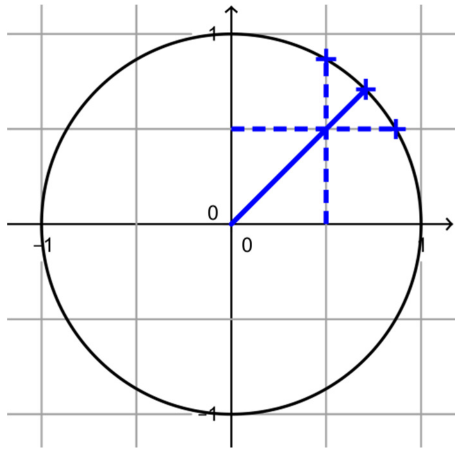
$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \ldots$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \ \ldots$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \ldots$

$\cos(\,\pi\,) = \ldots$

$\sin(\,\pi\,) = \ldots$



Exercice

1. **a.** Placer sur le cercle trigonométrique les points repérés par les réels
$$\frac{9\pi}{4}\,;\ -\frac{\pi}{3}\,;\ \frac{3\pi}{2}\ \text{et}\ -\frac{7\pi}{6}$$
b. Donner le cosinus et le sinus de ces réels.

2. **a.** Citer deux réels dont le cosinus est égal à $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

   b. Citer deux réels dont le sinus est égal à $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Statistiques

Exercice 1

Le tableau suivant donne les âges des membres d'un club de sport.

Age (ans)	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectif	5	6	7	9	8	6	4	3

Déterminer la moyenne, la médiane et les quartiles de cette série.

Exercice 2

Dans une entreprise, la répartition des salaires est donnée par le tableau suivant.

Salaire (euros)	]1000 ; 2000]	]2000 ; 3000]	]3000 ; 4000]	]4000 ; 6000]
Pourcentage	19 %	43 %	26 %	12 %

1. Calculer la moyenne de cette série.
2. Dans un repère bien choisi, tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes.
3. En déduire, par lecture graphique, la médiane et les quartiles de cette série (arrondir à la centaine).

Probabilités

Soit A et B deux événements. Soit $\overline{A}$ l'événement contraire de A.

$P(\overline{A}) =$ ……………………………………………… $P(A \cup B) =$ ………………………………………………

On dit que deux événements A et B sont disjoints (ou incompatibles) lorsque ……………………

Exercice

1. On lance trois fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée.
   a. Construire un arbre représentant la situation et lister les issues.
   b. Déterminer la probabilité des événements suivants :
   A : « on n'obtient que des piles »
   B : « on obtient au moins un pile »
   C : « on obtient exactement un pile »
   D : « on obtient aucun pile »
   c. Compléter $\overline{B}$: « on obtient ……………………………………………… » et calculer la probabilité de $\overline{B}$.
   d. Les événements A et D sont-ils des événements contraires ? Justifier.
   e. Les événements A et D sont-ils des événements incompatibles ? Justifier.
2. Reprendre la question **1.b**. si on lance la pièce cinq fois de suite.

Intervalle de fluctuation

On fait l'hypothèse que la proportion d'un caractère dans une population est p.

On considère un échantillon de taille n.

On observe que le caractère est présent dans cet échantillon avec une fréquence égale à f.

Lorsque $\boldsymbol{n \geq 25}$ et $\boldsymbol{0,2 \leq p \leq 0,8}$ alors il y a environ 95% des échantillons de taille n qui sont tels que la fréquence f appartient à un intervalle I de fluctuation au seuil de 95 % où

$$I = \left[p - \frac{\dots}{\sqrt{\dots}} ; p + \frac{\dots}{\sqrt{\dots}}\right]$$

Prise de décision

Si $f \notin I$ alors on rejette l'hypothèse

Si $f \in I$ alors on ne rejette pas l'hypothèse

Exercice

Un laboratoire pharmaceutique affirme que son nouveau médicament contre le mal des transports est efficace sur les trois-quarts des malades habituels. Une association indépendante collecte des données auprès de personnes habituellement malades. Sur 57 personnes, 50 n'ont pas été malades à la suite de la prise du médicament. Que peut-on dire de l'affirmation du laboratoire pharmaceutique ?

résultats à 10^{-4}

$n =$ … … $p =$ … … … … $f = \dfrac{\dots \dots}{\dots \dots} \simeq$ … … … … … …

$$I = \left[\dots \dots \dots \dots - \frac{\dots}{\sqrt{\dots \dots}} ; \dots \dots \dots \dots + \frac{\dots}{\sqrt{\dots \dots}}\right] \simeq [\dots \dots \dots \dots \dots ; \dots \dots \dots \dots \dots]$$

f … … I donc ………………………………………………………………………………………..

Géométrie dans l'espace

Dans l'espace,

un plan est défini par trois points ……………………………

Compléter les *règles d'incidence* ci-dessous

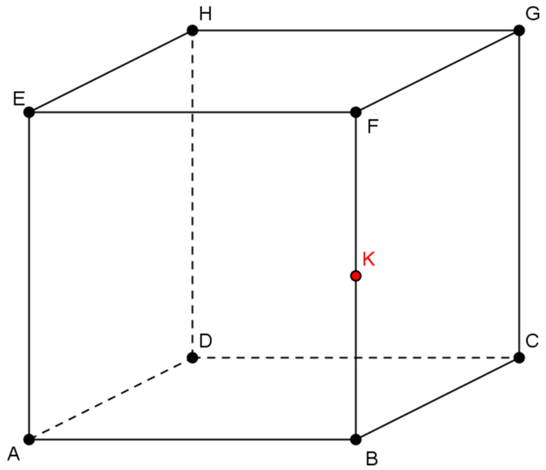
Deux plans de l'espace sont
soit sécants
soit ………………………………………
Deux plans parallèles de l'espace sont
soit ………………………………………
soit ………………………………………
L'intersection de deux plans sécants de l'espace
est ……………………………………

Deux droites de l'espace sont
soit coplanaires (dans un même plan)
soit non-coplanaires

Deux droites coplanaires de l'espace sont
soit sécantes
soit ………………………………………
Deux droites parallèles de l'espace sont
soit ………………………………………
soit ………………………………………
Deux droites non parallèles de l'espace sont
soit ………………………………………
soit ………………………………………

Un plan et une droite de l'espace sont
soit sécants
soit ………………………………………
Si une droite est parallèle à un plan, alors elle est
soit …………………………………
soit …………………………………
L'intersection d'un plan et d'une droite sécants
est ……………………………………

QCM (une seule bonne réponse par question)
Soit $ABCDEFGH$ un cube et K le milieu de $[BF]$



1°) Les plans (BCF) et (DGH) sont
☐ strictement parallèles
☐ confondus
☐ sécants

2°) Les droites (ED) et (FC) sont
☐ parallèles
☐ sécantes
☐ non coplanaires

3°) Les droites (DF) et (EC) sont
☐ parallèles
☐ sécantes
☐ non coplanaires

4°) Les droites (EB) et (HF) sont
☐ parallèles
☐ sécantes
☐ non coplanaires

5°) La droite (HF) et le plan (ABE) sont
☐ strictement parallèles
☐ sécants
☐ la droite en contenue dans le plan

6°) La droite (HK) est
☐ strictement parallèle au plan (FBD)
☐ sécants au plan (FBD)
☐ contenue dans le plan (FBD)

7°) La droite (KG) est
☐ strictement parallèle au plan (ADH)
☐ sécants au plan (ADH)
☐ contenue dans le plan (ADH)

8°) Deux droites n'ayant pas de point commun sont parallèles
☐ vrai
☐ faux, contre-exemple : ……………………….

9°) Deux plans parallèles à un troisième plan sont parallèles entre eux
☐ vrai
☐ faux, contre-exemple : ……………………….

10°) Deux plans parallèles à une même droite sont parallèles entre eux
☐ vrai
☐ faux, contre-exemple : ………………..